

Leyes para manipular números

Grupos avanzados de matemáticas (Aleph). Niñ@s Talento

Egbert Méndez Serrano

Estás leyes les permitirán manipular los números que conocen. Si aprenden a utilizarlas les será muy útil en las diferentes materias de matemáticas que lleguen a tomar.

En la clase pasada omití algunas leyes fundamentales, lo hice pues partí de que ya las conocían. Creo que la mayoría de ustedes las conoce aunque sea implícitamente, es decir tal vez nadie se las haya dicho, aunque estoy seguro de que las manejan todos los días.

Con una de estas leyes ocurre como con la presión atmosférica. ¡Que levante la mano aquel que la perciba! Hemos nacido evolutivamente con ella, que no es perceptible a nuestros sentidos. Sólo quien ha experimentado la ausencia o el aumento de esta, como los astronautas y/o los buzos, pueden sentir la causa y sus efectos. La ley llamada de **cerradura** dice que si tienes dos números, al sumarlos o multiplicarlos, el resultado será nuevamente otro número ¡que inteligente! Pero es tan obvia que ni siquiera sabíamos que trabajábamos bajo ella, todos nos tacharían de locos si dijéramos que al sumar o multiplicar dos números obtuviéramos la palabra chango, por ejemplo $2 + 2 = \text{chango}$, más aún, si decimos que conocemos dos números que al multiplicarse me da como resultado un chango real.

Otra de las leyes que omití fue la llamada **conmutatividad** ¿qué?, así como se escucha. Pero es tan sencillo y natural su uso que tampoco la tomamos en cuenta. Cualquiera sabe que sumar $2 + 3$, es lo mismo que sumar $3 + 2$. Análogamente, con la multiplicación, $2 * 3$ es lo mismo que $3 * 2$. ¡Vaya, sí que me hierve el cerebro! Pero es tan simple un cambio de lugar y veremos que esta ley no es tan obvia y no es tan natural. Si todo lo que hacemos en la vida tuviera esta propiedad muchos de nosotros andaríamos como los superhéroes: con los calzoncillos encima de los pantalones; o como locos: con los calcetines puestos encima de los zapatos. Daría lo mismo

ponernos los pantalones y después los calzones, que los calzones y luego los pantalones; o primero los zapatos y después los calcetines, que primero los calcetines y después los zapatos. Claro que nadie en su sano juicio cometería tal barbaridad.

Con estas precisiones les dejo la lista de las leyes que van a usar, con todo y sus nombres. Voy a usar letras en vez de las clásicas figuras del árbol, la nube, el sol, etcétera, espero no les cause conflicto. El símbolo para la multiplicación será este: “*”.

Si a , b y c son números, los cuales llamaremos racionales, entonces:

Suma

1. **Cerradura.** $a + b$ es otro número.
2. **Asociativa.** $(a + b) + c = a + (b + c)$. Los paréntesis nos dicen que operación hay que hacer primero.
3. **Conmutativa.** $a + b = b + a$.
4. **Elemento neutro.** Hay un elemento que al sumar no afecta el resultado, obviamente nos recuerda al cero, $a + 0 = a$.
5. **Elementos inversos.** Cada elemento tiene su inverso, significa que al sumar un elemento con su inverso obtenemos cero, para identificarlo le escribimos un símbolo de “-”: $a + (-a) = 0$

Multiplicación

1. **Cerradura.** $a * b$ es otro número.
2. **Asociativa.** $(a * b) * c = a * (b * c)$. Los paréntesis nos dicen que operación hay que hacer primero.
3. **Conmutativa.** $a * b = b * a$.
4. **Elemento neutro.** Hay un elemento que al multiplicar no afecta el resultado, obviamente nos recuerda al uno, $a * 1 = a$.
5. **Elementos inversos.** Cada elemento tiene su inverso, significa que al multiplicar un elemento con su inverso obtenemos uno. Si a es un número, entonces su inverso es $\frac{1}{a}$ y la multiplicación queda: $a * \frac{1}{a} = 1$. Sólo recuerden el XI mandamiento: no dividirás entre cero.

Suma y multiplicación

1. **Distributiva.** Aquí la ley que combina ambas operaciones. Es una de las más utilizadas: $a * (b + c) = (a * b) + (a * c)$.

Añado una propiedad útil.

Regla 1. $\frac{1}{a} * b = \frac{b}{a}$

Ahora les toca a ustedes.

Ejercicio. Da un ejemplo numérico de cada una de las leyes.

Ahora procedo a encontrar el secreto del truco siguiente.

1. Piensa un número
2. Súmale 3
3. Multiplica por 2 el resultado
4. A lo que quedo súmale 4
5. El resultado divídelo entre 2
6. A lo que quedó réstale el número que pensaste

El resultado siempre es 5

Vamos primero a traducir a un lenguaje simbólico, para poder utilizar las leyes.

Acción mental	Traducción a símbolos
Piensa un número	X
Súmale 3	$X + 3$
Multiplica por 2 el resultado	$(X + 3) * 2$
A lo que quedo súmale 4	$((X + 3) * 2) + 4$
El resultado divídelo entre 2	$\frac{((X+3)*2)+4}{2}$
A lo que quedó réstale el número que pensaste	$\frac{((X+3)*2)+4}{2} - X$

De la expresión del ultimo renglón ya podemos comenzar su análisis.

$$\frac{((X + 3) * 2) + 4}{2} - X$$

Comenzamos:

1	$\frac{(2*(X+3))+4}{2} - X$	Use conmutatividad
2	$\frac{(2*X)+(2*3)+4}{2} - X$	Use distributividad
3	$\frac{1}{2} * ((2 * X) + (2 * 3) + 4) - X$	Use la regla 1
4	$(\frac{1}{2} * (2 * X)) + (\frac{1}{2} * (2 * 3)) + (\frac{1}{2} * 4) - X$	Use distributividad
5	$(\frac{1}{2} * 2) * X + (\frac{1}{2} * 2) * 3 + (\frac{1}{2} * 4) - X$	Use asociatividad
6	$(1 * X) + (1 * 3) + (\frac{1}{2} * 4) - X$	Elementos inversos en *
7	$X + 3 + (\frac{1}{2} * 4) - X$	Elementos neutros en *
8	$X + 3 + (\frac{4}{2}) - X$	Regla 1
9	$X + 3 + 2 - X$	Simplifico
10	$X + 5 - X$	Hago operaciones
11	$X + (-X) + 5$	Conmutatividad
12	$0 + 5$	Elementos inversos en +
13	5	Elementos neutros en +

Bien, todo este desglose para saber por qué siempre el resultado del truco es 5.

Ahora les toca a ustedes.

Problema. Desglosa como en el ejemplo este truco

1. Piensa un número
2. Multiplícalo por 2
3. A lo que quedo súmale 9
4. Al resultado súmale el número que pensaste
5. El resultado divídelo entre 3
6. A lo que quedó súmale 4
7. Al resultado, réstale el número que pensaste

El resultado siempre es 7